EQUAÇÃO DO 2° GRAU

Você já estudou em série anterior as equações do 1° grau, o grau de uma equação é dado pelo maior expoente da variável, veja alguns exemplos:

$2x + 2 = 3$ equação do 1° grau já que o expoente do x é 1

$5x – 8 = 4$ equação do 1° grau já que o expoente do x é 1

$x^2 + 2x – 3 = 0$ equação do 2° grau já que o maior expoente de x é 2

$2x^2 – 3x = 0$ equação do 2° grau já que o maior expoente de x é 2

$3x^2 + 6 = 4$ equação do 2° grau já que o maior expoente de x é 2

Uma equação do 2° grau em sua forma genérica e reduzida apresenta-se como $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ essa é forma de equação do 2° grau na variável x, nem sempre a variável será x ela pode ser qualquer variável, em física por exemplo se usa muito a variável t, assim a forma genérica seria $\mathbf{at^2 + bt + c = 0}$.

As letras **a**, **b** e **c** representam números reais e o **a** nunca pode ser **zero,** pois se a for zero, zero vezes qualquer termo é sempre zero assim o termo x^2 deixaria de existir, por consequência deixaria de ser uma equação do 2° grau.

Seu primeiro passo para a resolução de uma equação do 2° grau é saber identificar os valores de a,b e c.

Observe que **a** é coeficiente de x^2 , ou seja, é o número que antecede o x^2 em qualquer posição que o x^2 esteja lembrando que o sinal acompanha o número.

O valor de **b** é o coeficiente de x , ou seja, é o número que antecede o x em qualquer posição que o x esteja lembrando que o sinal acompanha o número.

O valor de **c** nós chamamos de termo independente, pois ele não depende de x, para identificar o valor de c ele será o termo que não tenha a variável considerada na equação.

Ex: $2x^2 + 3x + 5 = 0$ veja que a = 2 , b = 3 e c = 5

Ex: $3x^2 – 5x + 6 = 0$ veja que a = 3 , b = - 5(sinal de menos acompanha) e c = 6

Ex: $- 4x^2 – 3 + 2x = 0$ veja que a = - 4 , b = 2 e c = - 3, veja que eu troquei na equação a ordem dos termos b e c . lembre-se que o b acompanha o x e a acompanha x^2 em qualquer posição que eles estejam.

Outra coisa importante, todos os três exemplos vistos acima tem valor de **a**.**b** e **c** neste caso dizemos que a equação do 2° grau é completa. Pois se ela não tiver as três letras a, b e c são chamadas de incompletas, veja exemplos de equações incompletas:

Ex: $2x^2 + 6x = 0$ veja que $a = 2$ e $b = 6$ essa equação só tem dois termos, por isso é incompleta, o termo **c** não aparece neste caso **c é zero.**

Ex: $3x^2 – 5 = 0$ veja que $a = 3$ e $c = -5$ essa equação só tem dois termos, por isso é incompleta, o termo **b** não aparece neste caso **b é zero.**

Ex: $7x^2 = 0$ veja que neste exemplo só se tem um termo que é $a = 7$ neste caso b é zero e c também é zero.

FORMA REDUZIDA DE UMA EQUAÇÃO DO 2° GRAU

Uma equação do 2° grau só poderá ser resolvida quando estiver na sua forma reduzida, genericamente são três as formas reduzidas, veja:

$ax^2 + bx + c = 0$ equação completa

$ax^2 + bx = 0$ equação incompleta, só tem a e b.

$ax^2 + c = 0$ equação incompleta, só tem a e c.

$ax^2 = 0$ equação incompleta, só tem a

Uma equação na sua forma reduzida não poderá apresentar, dois ou mais termos que tenha x^2, dois ou mais termos que tenha x, dois ou mais termos que tenha o termo independente.

- ✓ Ex: Reduzir a sua forma normal a equação $5x^2 + 3 = 2x^2 – 5x + 7x – 8$.

Veja que nesta equação tem 6 termos, pela forma reduzida só pode ter no máximo três termos.

Como se trata de uma equação do 2° grau vamos colocar todos os termos no 1° membro, lembre-se de uma regra básica de equação quem troca de membro troca de sinal. Assim temos $\mathbf{5x^2 – 2x^2 + 5x – 7x + 3 + 8 = 0}$ veja que eu já comecei a colocar na ordem 1° foi os termos de a, depois os termos de b e por ultimo os termos de c.

Agora vamos resolver os termos semelhantes, aplicando as operações de números inteiros $5x^2 – 2x^2$, $+5x – 7x$ e $+3 + 8$.

Ficando assim $\mathbf{3x^2 – 2x + 11 = 0}$ essa é a forma reduzida é uma equação completa e está no ponto de ser resolvida.

- ✓ Ex: Reduzir a sua forma normal a equação $2 (x^2 – 3) – 3 (2x^2 – 5) = 7$

Elimina os parênteses fazendo a multiplicação conforme indicado, não esqueça de fazer jogo de sinal.

$2x^2 – 6 – 6x^2 + 15 = 7$, organizando

$2x^2 – 6x^2 – 6 + 15 – 7 = 0$ resolvendo

$-4x^2 + 2 = 0$ forma reduzida e incompleta.

- ✓ Ex: Reduzir a sua forma normal a equação $(2x + 2)^2 = (x - 3).(x + 3)$

Neste exemplo aparece no 1° membro um quadrado da soma e no 2° um produto da soma pela diferença (produtos notáveis assunto da série anterior).

$(1°\text{termo})^2 + 2 \cdot (1°\text{termo}) \cdot (2°\text{termo}) + (2°\text{termo})^2 = (1°\text{termo})^2 - (2°\text{termo})^2$

$(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 2 + 2^2 = x^2 - 3^2$ resolvendo as potências e as multiplicações

$4x^2 + 8x + 4 = x^2 - 9$ organizando

$4x^2 - x^2 + 8x + 4 + 9 = 0$ reduzindo os termos semelhantes

$3x^2 + 8x + 13 = 0$ equação reduzida e pronta pra ser resolvida.

- ✓ Ex: Reduzir a sua forma normal a equação $\frac{x}{3} + \frac{x^2 - 3}{2} = \frac{1}{6}$

Quando apresentar denominador, devemos tirar o mmc e colocar ele para os dois membros, dividir pelo denominador e multiplicar pelo numerador. Veja como fica

$\frac{2x + 3(x^2 - 3)}{6} = \frac{1}{6}$ eliminamos os denominadores

$2x + 3(x^2 - 3) = 1$ resolvemos agora a multiplicação $+3(x^2 - 3)$

$2x + 3x^2 - 9 = 1$ organizando

$3x^2 + 2x - 9 - 1 = 0$, resolvendo os termos semelhantes

$3x^2 + 2x - 10 = 0$ essa é a forma reduzida.

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÕES DO 2° GRAU

EQUAÇÕES INCOMPLETAS

ATENÇÃO: Primeiro devemos colocar as equações na forma reduzida pra depois resolver.

Você viu que as equações incompletas são de três tipos **$ax^2 = 0$** , **$ax^2 + c = 0$** e **$ax^2 + b = 0$**

A equação $ax^2 + c = 0$ como ela só apresenta **a** e **c** dizemos que ela é uma equação do **tipo ac** , Veja no passo a passo como seria a resolução.

- ✓ Ex: Resolver no conjunto dos reais a equação $x^2 - 49 = 0$

$x^2 - 49 = 0$ separamos as variáveis, ou seja o termo c vai para o 2° membro

$x^2 = 49$ o expoente 2 também vai para o 2° membro e vira $\pm\sqrt{\ }$

$x = \pm\sqrt{49}$ resolvendo a raiz temos $x = \pm 7$ logo S = { 7 , - 7 }

- ✓ Ex: Resolver no conjunto dos reais a equação $2x^2 - 50 = 0$

$2x^2 - 50 = 0$ separando as variáveis de não variáveis

$2x^2 = 50$ o 2 que está multiplicando o x^2 vai para o 2° membro dividir

$x^2 = \frac{50}{2}$ resolvendo a divisão

$x^2 = 25$ o expoente 2 também vai para o 2° membro e vira $\pm\sqrt{\ }$

$x = \pm\sqrt{25}$ resolvendo a raiz temos $x = \pm 5$ logo S = { 5, - 5 }

- ✓ Ex: Resolver no conjunto dos reais a equação $x^2 + 4 = 0$

$x^2 + 4 = 0$ separando as variáveis de não variáveis

$x^2 = -4$ o expoente 2 também vai para o 2° membro e vira $\pm\sqrt{\ }$

$x = \pm\sqrt{-4}$ ATENÇÃO: Não existe raiz quadrada de número negativo no conjunto dos reais, portanto a equação não tem solução. Logo solução é um conjunto vazio, S = { }.

A equação $ax^2 + bx = 0$ como ela só apresenta **a** e **b** dizemos que ela é uma equação do **tipo ab** , utilizaremos para a resolução desse tipo de equação um conteúdo visto em série anterior chamado de fator comum.Veja no passo a passo como seria a resolução.

- ✓ Ex: Resolver no conjunto dos reais a equação $x^2 + 2x = 0$

$x^2 + 2x = 0$ fator comum é um número ou letra que esteja em todos os termos após a fatoração no caso fatorando temos x .**x** + 2**x** = 0 tem x nos dois termos ele é o fator comum.

colocamos o fator comum em evidencia, pegamos então cada termo da equação e dividimos pelo fator comum, x^2 : x = **x** e 2x : x =**2** esses resultados ficam dentro de parêntese**.**

x . (x + 2) = 0 cada termo o **x** e o **x + 2** será igual a zero.

x = 0 e x + 2 = 0 resolve essa equação e fica **x = 2** logo S = { 0 , 2 }

- ✓ Ex: Resolver no conjunto dos reais a equação $2x^2 + 6x = 0$

$2x^2 + 6x = 0$ fatorando temos

2.x.x + **2**.3.**x** = 0 colocamos o fator comum 2x em evidencia, pegamos então cada termo da equação e dividimos pelo fator comum,$2x^2 : 2x =$ **x** e 6x : 2x = **3** esses resultados ficam dentro de parêntese**.**

2x . (x + 3) = 0 cada termo o **2x** e o **x + 3** será igual a zero.

2x = 0 resolvendo e x + 3 = 0 resolvendo

$x = \frac{0}{2}$ x = - 3

x = 0 logo S = { 0 , - 3 }

EQUAÇÕES COMPLETAS

Para a resolução de equações completas utilizaremos a FÓRMULA DE BHASKARA com essa fórmula também podemos resolver equações incompletas.

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ o símbolo que está dentro da raiz é uma letra grega chamada de delta e tratada dentro da fórmula de Bhaskara é chamada de DISCRIMINANTE.

O valor do discriminante Δ é calculado pela expressão $b^2 - 4.a.c$ assim temos que

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- ✓ Resolver no conjunto dos reais a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$

1° você deve identificar valores de a, b e c. a = 1, b = - 5 e c = 6 , vamos substituir esses valores na fórmula do Δ, outra coisa quando a letra tiver valor negativo coloque dentro de parêntese.

$\Delta = b^2 - 4ac$ substituindo os valores de a, b e c

$\Delta = (-5)^2 - 4.1.6$ resolvendo a potência e a multiplicação

$\Delta = 25 - 24$ resolvendo

$\Delta = 1$ agora que temos o Δ vamos substituí-lo na fórmula $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ quando for substituir o valor de b cuidado, tem o **-** da fórmula e o **-** de 5

$x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2.1}$ eliminamos o parêntese com jogo de sinal, resolve a raiz e faz a multiplicação

$x = \dfrac{5 \pm 1}{2}$ veja que tem um sinal de + e outro de - , assim vamos ter x' e x''

$x' = \dfrac{5+1}{2}$ soma e $x'' = \dfrac{5-1}{2}$ subtrai

$x' = \dfrac{6}{2}$ resolve a divisão $x'' = \dfrac{4}{2}$ resolve a divisão

$x' = 3$ $x'' = 2$

S = { 2 , 3 }

- ✓ Resolver no conjunto dos reais a equação $x^2 - 3x - 10 = 0$

1° você deve identificar valores de a, b e c. a = 1, b = - 3 e c = - 10 , vamos substituir esses valores na fórmula do Δ, outra coisa quando a letra tiver valor negativo coloque dentro de parêntese.

$\Delta = b^2 - 4ac$ substituindo os valores de a, b e c

$\Delta = (-3)^2 - 4.1.(-10)$ resolvendo a potência e a multiplicação

$\Delta = 9 + 40$ resolvendo

$\Delta = 49$ agora que temos o Δ vamos substituí-lo na fórmula $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ quando for substituir o valor de b cuidado, tem o **-** da fórmula e o **-** de 3

$x = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2.1}$ eliminamos o parêntese com jogo de sinal, resolve a raiz e faz a multiplicação

$x = \dfrac{3 \pm 7}{2}$ veja que tem um sinal de + e outro de - , assim vamos ter x' e x''

$x' = \dfrac{3+7}{2}$ soma $x'' = \dfrac{3-7}{2}$ subtrai e conserva o sinal do maior valor absoluto

$x' = \frac{10}{2}$ resolve a divisão $x'' = -\frac{4}{2}$ resolve a divisão

$x' = 5$ $x'' = -2$

Logo S = { - 2, 5 }

- ✓ Resolver no conjunto dos reais a equação $x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0$

Neste caso temos que 1° organizar a equação, tiramos o mmc que é 6 coloca um mmc para cada membro, divide por cada denominador e multiplica pelo numerado.

$\frac{6x^2 - 7x + 2}{6} = \frac{0}{6}$ eliminamos os denominadores e temos uma equação pronta

$6x^2 - 7x + 2 = 0$ aqui temos a = 6, b = - 7 e c = 2 calculando o delta temos

$\Delta = (-7)^2 - 4.6.2$ resolvendo a potência e a multiplicação

$\Delta = 49 - 48$ temos então

$\Delta = 1$ agora que temos o Δ vamos substituí-lo na fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ quando for substituir o valor de b cuidado, tem o **-** da fórmula e o **-** de 7

$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2.6}$ eliminamos o parêntese com jogo de sinal, resolve a raiz e faz a multiplicação

$x = \frac{7 \pm 1}{12}$ veja que tem um sinal de + e outro de - , assim vamos ter x’ e x’’

$x' = \frac{7+1}{12}$ soma $x' = \frac{7-1}{12}$ subtrai

$x' = \frac{8}{12}$ simplifica a fração por 4 $x' = \frac{6}{12}$ simplifica a fração por 6

$x' = \frac{2}{3}$ $x' = \frac{1}{2}$

Logo S = { $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ }

✓ Resolver no conjunto dos reais a equação $x^2 - 4x + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ calculamos o valor do delta

$\Delta = (-4)^2 - 4.1.4$ resolve a potência e a multiplicação

$\Delta = 16 - 16$ temos então

$\Delta = 0$ agora que temos o Δ vamos substituí-lo na fórmula $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2.1}$ eliminamos o parêntese com jogo de sinal, resolve a raiz e faz a multiplicação

$x = \dfrac{4 \pm 0}{2}$ vamos calcular x' e x''

$x' = \dfrac{4+0}{2}$ soma $\qquad x'' = \dfrac{4-0}{2}$ subtrai

$x' = \dfrac{4}{2}$ divide $\qquad x'' = \dfrac{4}{2}$ divide

$x' = 2 \qquad x'' = 2$

OBS: quando $\Delta = 0$ a equação apresenta x' = x'' logo a solução é só o 2,não se coloca no conjunto solução elemento repetido S = { 2 }.

✓ Resolver no conjunto dos reais a equação $x^2 + 2x + 5 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ calculamos o valor do delta

$\Delta = 4^2 - 4.1.5$ resolve a potência e a multiplicação

$\Delta = 16 - 20$ resolvendo temos

$\Delta = -4$

S = não existe

ATENÇÃO: Quando o delta é negativo a equação não apresenta solução nos reais, pois não existe no reais $\sqrt{-4}$.

ESTUDO DAS RAÍZES

Se você observar as equações que acabamos de resolver, existe equações que apresentaram em sua solução x' e x'', teve uma que apresentou x' = x'' e outro que não apresentou solução.

O estudo das raízes está relacionado a essas soluções, na realidade elas se comportam dessas três formas por causa do DELTA, veja:

Quando delta é maior que zero ($\Delta > 0$) , ou seja, positivo a equação apresenta DUAS RAÍZES REAIS E DIFERENTES .

Quando delta é igual a zero ($\Delta = 0$) , ou seja, nulo a equação apresenta DUAS RAÍZES REAIS E IGUAIS .

Quando delta é menor que zero ($\Delta < 0$) , ou seja, negativo a equação NÃO APRESENTA RAÍZES REAIS.

Veja exemplos de aplicação desse estudo:

- ✓ Dada a equação $x^2 - 6x - k = 0$, Qual deve ser o valor de k para que a equação duas raízes reais e diferentes?

Para que a equação tenha duas raízes reais e diferentes é necessário ter $\Delta > 0$, ou seja:

$b^2 - 4 . a . c > 0$ substituindo os valores a = 1, b = - 6 e c = - k

$(- 6)^2 - 4 . 1 . (-k) > 0$ resolvendo a potência e a multiplicação(jogo de sinal)

$36 + 4k > 0$ virou uma inequação do 1° grau, separa variável de não variável

$4k > - 36$ o 4 que está multiplicando k, troca de membro e vai divide

$K > -\frac{36}{4}$ é só resolver a divisão

$K > - 9$

OBS: isso que dizer que se você substitui o valor de k na equação por qualquer valor maior que - 9 o DELTA vai ser positivo portanto terá x' e x''.

- ✓ Dada a equação $x^2 - 4x + k + 2 = 0$, Qual deve ser o valor de k para que a equação não tenha raízes reais?

Para que a equação não tenha raízes reais é necessário ter $\Delta < 0$, ou seja:

$b^2 - 4 . a . c < 0$ substituindo os valores a = 1, b = - 4 e c = k + 2 OBS: sempre que substituímos a, b e c se for negativo ou **tiver dois termos** que é o caso do valor de c devemos colocar dentro de parêntese.

$(- 4)^2 - 4 . 1 . (k + 2) < 0$ resolvendo a potência e a multiplicação

$16 – 4 (k + 2) < 0$ eliminamos o parêntese multiplicando pelo – 4 (com o jogo de sinal)

$16 – 4k – 8 < 0$ separando variável de não variável

$- 4k < - 16 + 8$ resolvendo no 2° membro

$- 4k < - 8$ o 1° membro da inequação é negativo (– 4k), devemos então multiplicá-la por – 1 e ai CUIDADO o sinal de < muda de sentido passa a ser >.

$4k > 8$ o 4 vai dividir

$K > \frac{8}{4}$ finalmente

$K > 2$

- ✓ Dada a equação $kx^2 + 6x + 3 = 0$, Qual deve ser o valor de k para que a equação tenha duas raízes reais e iguais?

Para que a equação tenha duas raízes reais e iguais é necessário ter $\Delta = 0$, ou seja:

$b^2 – 4 . a . c = 0$ substituindo os valores a = k, b = 6 e c = 3

$6^2 – 4 . k . 3 = 0$ resolvendo a potência e a multiplicação

$36 – 12 k = 0$ separa variável de não variável

$- 12 k = - 36$ multiplica por – 1

$12k = 36$ o 12 vai dividir

$K = \frac{36}{12}$ finalizando

$K = 3$

- ✓ Dada a equação $x^2 + 2kx + 9 = 0$, Qual deve ser o valor de k para que a equação tenha duas raízes reais e diferentes?

Para que a equação tenha duas raízes reais e diferentes é necessário ter $\Delta > 0$, ou seja:

$b^2 – 4 . a . c > 0$ substituindo os valores a = 1, b = 2K e c = 9

$(2k)^2 – 4 . 1 . 9 > 0$ resolvendo potência e multiplicação (com jogo de sinal)

$4k^2 - 36 > 0$ virou uma equação do 2° do tipo AC, separa as variáveis

$4k^2 > 36$ o 4 vai dividir

$K^2 > \frac{36}{4}$ resolve a divisão

$K^2 > 9$ o expoente 2 vira $\pm\sqrt{\ }$

K > $\pm\sqrt{9}$ resolvendo a raiz temos

K > ± 3

RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTES E RAIZES

SOMA E PRODUTO DAS RAÍZES

Como você já viu a equação pode ter x' e x'' e a soma ou produto dessas raízes é dada através de uma relação com os coeficientes da equação que são os valores de **a**, **b** e **c.**

RELAÇÃO DA SOMA DAS RAÍZES

Pela fórmula de Bhaskara $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ nós podemos ter $x' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x'' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

Logo $x' + x'' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ adição de fração com o mesmo denominador, conservamos os denominadores e somamos os numeradores

$x' + x'' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta} - b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ resolvendo –b –b = -2b e $+\Delta - \Delta = 0$

$x' + x'' = \dfrac{-2b}{2a}$ simplificando a fração temos então

A relação da soma é $x' + x'' = -\dfrac{b}{a}$

RELAÇÃO DO PRODUTO DAS RAÍZES

Pela fórmula de Bhaskara $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ nós podemos ter $x' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x'' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

Logo $x'.x'' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} . \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ multiplicação de fração, multiplicamos numerador com numerador e denominador com denominador.

$x'.x'' = \dfrac{(-b+\sqrt{\Delta}).(-b-\sqrt{\Delta})}{(2a).(2a)}$ no numerador temos um produto da soma pela diferença pela regra dos produtos notáveis temos $(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2$ que vai dar $b^2 - \Delta$

$x'.x'' = \dfrac{b^2 - \Delta}{4a^2}$ agora vamos substituir Δ por b^2 -4ac dentro de parêntese por causa do sinal –

$x'.x'' = \dfrac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$ eliminamos o parêntese com jogo de sinal

$x'.x'' = \dfrac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$ eliminando b^2 e simplificando 4a por $4a^2$ temos então

A relação do produto $x'.x'' = \dfrac{c}{a}$

Exemplos de aplicação

- ✓ Dada a equação $x^2 - 7x + 10 = 0$ sem resolver a equação determine o valor da soma e o produto das raízes.

SOMA	PRODUTO
X' + X'' = $-\dfrac{b}{a}$ substitui valores de a e b	X' . X'' = $\dfrac{c}{a}$ substitui valores de a e c
X' + X'' = $-\dfrac{(-7)}{1}$ faz jogo de sinal e divide	X' . X'' = $\dfrac{10}{1}$ faz a divisão
X' + X'' = 7	X' . X'' = 10

Se você resolver a equação verá que a solução dela é 2 e 5, veja se somar da 7 e se multiplicar dar 10.

- ✓ Dada a equação $2x^2 - 12x + 20 = 0$ sem resolver a equação determine o valor da soma e o produto das raízes.

SOMA	PRODUTO
X' + X'' = $-\dfrac{b}{a}$ substitui valores de a e b	X' . X'' = $\dfrac{c}{a}$ substitui valores de a e c
X' + X'' = $-\dfrac{(-12)}{2}$ faz jogo de sinal e divide	X' . X'' = $\dfrac{20}{2}$ faz a divisão
X' + X'' = 6	X' . X'' = 10

- ✓ Calcule o valor de K na equação $x^2 + Kx + 12 = 0$ para que a soma das raízes seja igual a -7 .

A questão forneceu que a soma das raízes é -7, assim temos que x' + x'' = - 7

Pela relação x' + x'' = $-\frac{b}{a}$ substituímos x'+x'' por -7 e a por 1 e b por K

$-7 = -\frac{K}{1}$ temos então $-7 = -K$ multiplicando por -1

K = 7

- ✓ Calcule o valor de K na equação $kx^2 + 12x + 16 = 0$ para que o produto das raízes seja igual a 8.

A questão forneceu que o produto das raízes é 8, assim x' . x'' = 8

Pela relação x' . x'' = $\frac{c}{a}$ substituímos x' . x'' por 8 , c por 16 e a por K

$8 = \frac{16}{K}$ temos aqui uma proporção,multiplicamos os meios pelo os extremos

8K = 16 o 8 vai dividir

K = $\frac{16}{8}$ resolve a divisão

K = 2

- ✓ Calcule o valor de K na equação $x^2 - 9x + K = 0$ para que a diferença entre a maior e a menor raiz seja 1.

Considerando que x' seja a maior e x'' seja a menor raiz temos então que **x' – x'' = 1**

Podemos considerar que temos uma equação com duas variáveis x' e x'' para termos o valor de uma dessa variáveis é necessário ter uma outra equação com as mesmas duas variáveis, podemos então usar a relação x' + x'' = $-\frac{b}{a}$ substituído o b e o a temos

x' + x'' = 9 como temos duas equação com duas variáveis formamos então um sistema de equação $\begin{cases} x' - x'' = 1 \\ x' + x'' = 9 \end{cases}$ resolvendo o sistema pelo método da adição (veja como resolver sistemas no conteúdo de sistema de equação na parte II) vamos ter

2x' = 10 resolvendo vamos ter **x' = 5**

Substituímos na equação dada o valor de x que encontramos e calculamos o valor de K

$x^2 - 9x + K = 0$ substituindo então vamos ter

$5^2 - 9 . 5 + k = 0$ resolvemos a potência e a multiplicação

$25 - 45 + K = 0$ separando as variáveis temos

$K = 45 - 25$ logo

$K = 20$

- ✓ Calcule o valor de K na equação $x^2 - 9x + K = 0$ de modo que uma das raízes seja o dobro da outra.

Se uma raiz é o dobro da outra então temos que **x' = 2 x''** utilizamos a relação da soma para encontrar a outra equação x' + x'' = $-\frac{b}{a}$ substituído o b e o a temos

x' + x'' = 9 como temos duas equação com duas variáveis formamos então um sistema de equação $\begin{cases} x' = 2x'' \\ x' + x'' = 9 \end{cases}$ neste caso vamos substituir o x' por 2x'' na segunda equação.

$x' + x'' = 9$ substituindo o x' por 2x''

2x'' + x'' = 9 somando x''+x'' temos 3x''

3x'' = 9 resolvendo temos

X'' = 3

Substituímos o x por 3 na equação dada

$x^2 - 9x + K = 0$ substituindo

$3^2 - 9 . 3 + K = 0$ resolvendo a potência e a multiplicação

$9 - 27 + K = 0$ separando as variável de não variável

$K = 27 - 9$ logo

$K = 18$

- ✓ Calcule o valor de K na equação $x^2 - 5x + K = 0$ para que a soma dos inversos das raízes seja $\frac{5}{6}$.

Se a raiz é x' então seu inverso é $\frac{1}{x'}$ e o inverso de x'' é $\frac{1}{x''}$ a questão diz que a soma dos inversos é $\frac{5}{6}$ então teremos

$\frac{1}{x'}+\frac{1}{x''}=\frac{5}{6}$ no 1° membro temos uma adição de fração com denominadores diferentes tiramos então o mmc de x' e x'' que x' . x'' vamos dividir pelo denominador e multiplicar pelo numerador, apenas no 1° membro assim **x' .x'' dividido por x' é igual a x'' e x' .x'' dividido por x'' é igual a x'**

$\frac{x'+x''}{x'.x''}=\frac{5}{6}$ agora temos que calcular x' + x'' que dar 5 e x' . x'' que dar K substituindo

$\frac{5}{K}=\frac{5}{6}$ multiplicamos os meios pelos extremos

5K = 30 o 5 vai dividir

K = $\frac{30}{5}$ logo

K = 6

FORMAÇÃO DE UMA EQUAÇÃO DO 2° GRAU

Tendo o conhecimento dos valores de x' e de x'' podemos formar a equação do 2° grau através da relação da soma e do produto das raízes.

Chamando X' + X'' de S (de soma) e X' . X'' de P (de produto) utilizaremos a fórmula $x^2 - Sx + P = 0$ para formar a equação.

- ✓ Obter a equação do 2° grau em que suas raízes sejam 2 e 3.

Devemos calcular S e P

S = x' + x''	P = x' . x''
S = 2 + 3	P = 2 . 3
S = 5	P = 6

Substituímos S e P na fórmula $x^2 - Sx + P = 0$

x^2 - 5x + 6 = 0 essa é a equação procurada

- ✓ Obter a equação do 2° grau em que suas raízes sejam 3 e - 5 .

Devemos calcular S e P

S = x' + x''	P = x' . x''
S = 3 + (- 5) faz jogo de sinal	P = 3 . (- 5)

S = 3 – 5 P = - 15

S = - 2

Substituímos S e P na fórmula $x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - (-2)x + (-15) = 0$ eliminamos os parênteses com jogo de sinal

$x^2 + 2x - 15 = 0$ essa é a equação procurada

- ✓ Obter a equação do 2° grau em que suas raízes sejam $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$

Calculando S e P

S = X' + X'' P = X' . X''

$s = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ denominadores diferente tira mmc $p = \frac{1}{2} . \frac{1}{4}$ resolve a multiplicação

$s = \frac{2+1}{4}$ resolve o numerador $p = \frac{1}{8}$

$s = \frac{3}{4}$ Substituímos S e P na fórmula $x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = 0$ devemos reduzir a equação a sua forma normal tirando o mmc

$\frac{8x^2 - 6x + 1}{8} = \frac{0}{8}$ eliminamos os denominadores

$8x^2 - 6x + 1 = 0$ agora sim temos a equação procurada.